Spickzettel für ThProg Klausur

1 Konfluenz und Terminierung / Polynomordnungen

- Polynome *raten*
- Newman's Lemma: Ein stark normalisierendes und lokal konfluentes Termersetzungssystem ist konfluent.
- Critical Pair Lemma: Termersetzungssystem T ist lokal konfluent (WCR), wen alle kritischen Paare zusammenführbar sind
- Unterschied normale vs. applikative Reduktion:
  - Normale Reduktion: (lazy)
    - pre-order durch den Baum
    - leftmost-outermost
    - Argumente zum Schluss auswerten
  - Applikative Reduktion: (eager/strikt)
    - post-order durch den Baum
    - leftmost-innermost
    - Erst die Argumente

2 λ-Kalkül

- Äquivalenzen:
  - α: Umbenennung der gebundenen Variablen
  - β: Anwendung der Regeln, Auswertung von Funktionsaufruf
  - δ: Einsetzen von Funktionsdefinitionen
- Y-Kombinator:

$$Y = (\lambda g.(\lambda x.g(x,x))(\lambda x.g(xx)))$$

3 λ-Kalkül Typinferenz

3.1 ...einfach getypt

1. $(\text{Ax})\ \dfrac{}{\Gamma \vdash x : \alpha}\ x : \alpha \in \Gamma$
2. $(\rightarrow_e)\ \dfrac{\Gamma \vdash t : \alpha \rightarrow \beta \qquad \Gamma \vdash s : \alpha}{\Gamma \vdash ts : \beta}$

3. $(\to_i)\ \dfrac{\Gamma, x : \alpha \vdash t : \beta}{\Gamma \vdash \lambda x.t : \alpha \to \beta}$

3.2 ...in System F

Die ersten 3 Regeln sind identisch

1. $(\text{Ax})\ \dfrac{}{\Gamma, x : \alpha \vdash x : \alpha}\ x : \alpha \in \Gamma$
2. $(\to_i)\ \dfrac{\Gamma, x : \alpha \vdash s : \beta}{\Gamma \vdash \lambda x.s : \alpha \to \beta}$
3. $\to_e\ \dfrac{\Gamma \vdash s : \alpha \to \beta \qquad \Gamma \vdash t : \alpha}{\Gamma \vdash st : \beta}$
4. $(\forall_i)\ \dfrac{\Gamma \vdash s : \alpha \qquad a \notin FV(\Gamma)}{\Gamma \vdash s : \forall a.\alpha}$
5. $(\forall_e)\ \dfrac{\Gamma \vdash s : \forall a.\alpha}{\Gamma \vdash s : (a[\alpha := \beta])}$

4 Strukturelle Induktion

- Induktionsvariable suchen: Auf beiden Seiten der zu beweisenden Aussage vorhanden, idealerweise im Rekursionsaufruf
- IV: Für Basisfall zeigen
- IH aufstellen: Induktionsvariable in nicht-basisfall subsituieren.
- Rumprobieren/Magic

5 Korekursion

- Bisumlation zwischen linker und rechter Seite von zu zeigendem. Versuchen zu beweisen. Problem? Bisimulation erweitern, Erweiterung zeigen.

6 Reguläre Ausdrücke

- Pumping Lemma:
  Wenn Sprache L regulär ist, dann
  $\exists l \geq 1,\ \text{sodass}\ \forall w \in L\ \text{mit}\ |w| \geq l\ \text{gilt}\ : \exists u_1, v, u_2, w = u_1 v_u 2, |v| \geq 1 \land |u_1 v| \leq l \land u_1 v^* u_2 \subset L$